

## Diseño de vigas de hormigón armado de puentes mediante el modelo de bielas y tirantes

## Design of reinforced concrete beams for bridges using the strut-and-tie model

*Joaquin Humberto Aquino Rocha(1); Jorge Rosas Rodriguez(2)*

1 Universidad Privada del Valle (UNIVALLE), Bolivia.

E-mail: joaquinaquinochoa@gmail.com

2 Universidad Privada Boliviana (UPB), Bolivia.

E-mail: jrosas1963@hotmail.com

**Revista de Engenharia Civil IMED**, Passo Fundo, vol. 5, n. 2, p. 68-83, Jul.-Dez. 2018 - ISSN 2358-6508

[Recibido: Febrero 06, 2018; Acepto: Octubre 31, 2018]

DOI: <https://doi.org/10.18256/2358-6508.2018.v5i2.2442>

### Correo / Correspondence address

Joaquin Humberto Aquino Rocha  
Universidad Privada del Valle – UNIVALLE, Calle  
Guillermina Martínez s/n, Tiquipaya - Cochabamba,  
Bolivia.

Sistema de Evaluación: *Double Blind Review*  
Editora: Luciana Oliveira Fernandes

Como citar este artículo / How to cite item: [clicque aqui!/click here!](#)

## Resumen

El modelo de bielas y tirantes se presenta como método de diseño innovador de procedimiento racional que tiene el potencial de modificar la manera en que los elementos estructurales son diseñados. Este trabajo tiene como objetivo principal evaluar el modelo de bielas y tirantes para el diseño y análisis de vigas de hormigón armado de puentes. El desarrollo del proyecto fue realizado con la ayuda del programa computacional CAST, donde fueron modeladas cinco vigas de diferentes longitudes y con cargas características de puentes, para el respectivo diseño. Paralelamente fue realizado el diseño de estas vigas de acuerdo a la norma AASHTO - LRFD del 2014. Posteriormente fueron comparados los resultados obtenidos mediante ambos métodos. Los resultados permiten comprobar que la disposición de acero es parecida hasta una longitud de 15 metros. Sin embargo, el modelo de bielas y tirantes prioriza más el refuerzo a corte y el refuerzo en las caras laterales de la viga; aumentando la cantidad del acero a corte y, en el caso de la armadura de piel, aumentado en más del 50% en relación a las vigas diseñadas con la norma AASHTO - LRFD. Concluyendo que el modelo de bielas y tirantes dispone mayor cantidad de acero, especialmente para vigas de longitudes mayores a 15 metros.

**Palabras clave:** Bielas y tirantes. Hormigón armado. Puentes.

## Abstract

The strut-and-tie model is presented as an innovative design method of rational procedure that has the potential to modify the way structural elements are designed. The present article aims is to evaluate the strut-and-tie model for the design and analysis of reinforced concrete beams of bridges. The development of the project was carried out with the help of the CAST computer program, where five beams of different lengths and with loads characteristic of bridges were modeled for the respective design. At the same time, the design of these beams was carried out according to the AASHTO - LRFD standard of 2014. Subsequently, the results obtained by both methods were compared. The results show that the steel arrangement is similar up to a length of 15 meters. However, the strut-and-tie model prioritizes more shear reinforcement and the reinforcement in the lateral faces of the beam; increasing the amount of steel and, in the case of the skin armor, increased by more than 50% in relation to the beams designed with the standard AASHTO - LRFD. Concluding that the strut-and-tie model provides a greater amount of steel, especially for beams of lengths greater than 15 meters.

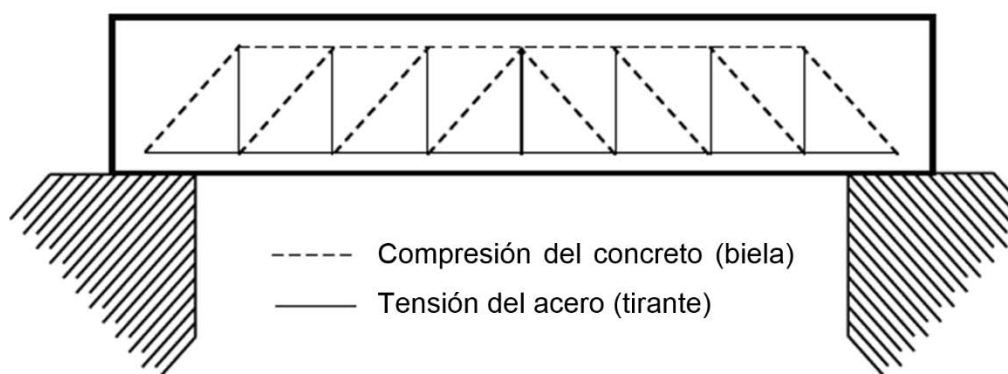
**Keywords:** Strut-and-tie model. Reinforced concrete. Bridges.

## 1 Introducción

El proyecto usual de vigas de hormigón armado es realizado a través de los esfuerzos solicitantes, momento flector y fuerza cortante. Sin embargo, normalmente estas estructuras están sujetas a tensiones de corte de gran magnitud; y las suposiciones tradicionales de diseño, en las que consideran que las secciones planas siguen siendo planas después de la deformación, no aplican en estos casos, donde el diseño se lo realiza a través de formulaciones empíricas o experiencias pasadas. En este sentido, surge el modelo de bielas y tirantes como una alternativa para este propósito (BROWN *et al.*, 2005).

La primera referencia bibliográfica referente a la aplicación de un modelo de bielas y tirantes para la descripción del comportamiento de un elemento de hormigón armado, específicamente para el estudio del esfuerzo cortante en vigas, fue dada por Ritter en 1899 (BROWN *et al.*, 2006). Según esta teoría, la viga funciona en una analogía de una celosía, formada por dos cordones longitudinales, el superior que trabaja a compresión y el inferior a tracción; además de elementos verticales y diagonales, lo cuales trabajan a tracción y compresión, respectivamente, transmitiendo el cortante a los apoyos (Figura 1) (ACHE, 2003; TÓRTOLA, 2012).

**Figura 1.** Modelo Original de la celosía Ritter de 1899



**Fonte:** Traducido de Brown *et al.* (2005).

Existen varias diferencias entre el modelo de bielas y tirantes y el análisis tradicional de viga; por ejemplo, en este último, las secciones son diseñadas separadamente por flexión, corte, etc. Mientras que, usando el modelo de bielas y tirantes, es posible explicar todas las fuerzas y sus interacciones, diseñado completamente el elemento, porque analiza la viga como un todo y no separadamente (HU; LEY; RUSSELL, 2014). De esa manera, se proporciona una visión diferente del miembro estructural, dando un enfoque unificado y racional (PANJEHPOUR; CHAI; VOO, 2012).

El análisis contempla un sistema bidimensional o tridimensional de barras articuladas; bielas, que absorben las compresiones, y tirantes, que son barras que absorben las fuerzas de tracción y tratan de simular la ubicación del refuerzo de acero

(ACHE, 2003; MOYA; JUÁREZ; BLÁZQUEZ, 2012). Las intersecciones de bielas y tirantes se conocen como nodos (TUCHSCHERER; BIRRCHEER; BAYRAK, 2011). La capacidad resistente de las bielas y nodos está en función de la resistencia a compresión del hormigón y la capacidad resistente del tirante es igual a la menor resistencia de tracción del refuerzo de acero (TUCHSCHERER *et al.*, 2014).

El modelo de bielas y tirantes es ampliamente usado para el análisis y diseño de elementos de hormigón armado (TJHIN; KUCHMA, 2007; MUTTONI; RUIZ; NIKETIC, 2015; PARRA-MONTESINOS, 2008; TUCHSCHERER; BIRRCHEER; BAYRAK, 2011). En la literatura se encuentran referencias para el diseño de elementos de puentes de hormigón armado, tales como: tableros (BAE; OLIVA; BANK, 2011), vigas de apoyo (SKIBBE, 2010), cabezales de pilotes (CHANTELOT, 2010), vigas pretensadas (WANG; MENG, 2008), entre otros (VICTORIA; QUERIN; MARTÍ, 2011; KUMAR; SENTHIL; KUMAR., 2016; MORADI; ESFAHANI, 2017). Sin embargo, en la bibliografía consultada se ha encontrado una deficiencia para vigas de hormigón armado de puentes, pues no existen directrices de cómo realizar el diseño o cuáles son las longitudes de las vigas donde el método es recomendable, considerando que el método es válido para todo tipo de estructuras (TUCHSCHERER; BIRRCHEER; BAYRAK, 2011; BEDRU, 2014).

En este contexto, el presente artículo tiene como objetivo evaluar el modelo de bielas y tirantes como un método de diseño y análisis para vigas de hormigón armado de puentes. Proporcionando de esta manera un método alternativo para el diseño y análisis, considerando que el modelo de bielas y tirantes es poco conocido en el medio a pesar de estar incluido en las normas más importantes de diseño (ACI, 2014; AASTHO, 2014; EHE, 2011).

## 2 Metodología

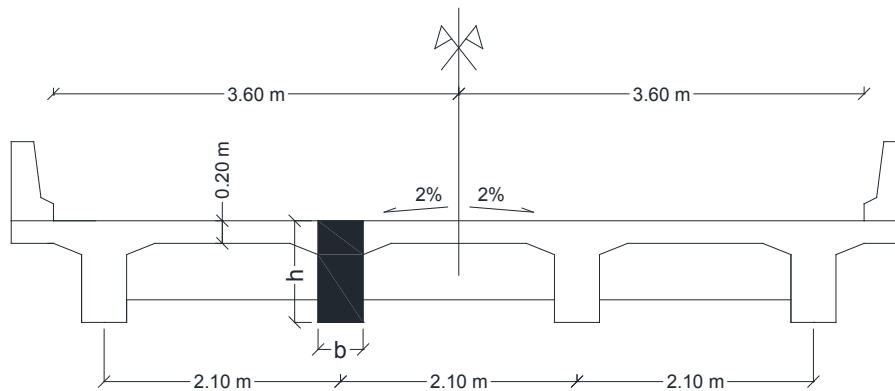
Para la realización de la presente investigación fueron modeladas cinco vigas de puentes de diferentes longitudes con la ayuda del programa CAST, a fin de analizar y diseñar estos elementos estructurales con el modelo de bielas y tirantes. La Tabla 1 presenta un resumen de las características de las cinco vigas modeladas. La idea de realizar estos modelos es poder observar el comportamiento de los resultados en relación a la longitud del puente, como también para comparar la cantidad de refuerzo calculado con el acero obtenido mediante el diseño tradicional, siendo utilizado las especificaciones LRFD (AASTHO, 2014), a través de memorias de cálculo. La Figura 2 muestra el esquema de las vigas analizadas y diseñadas, en este caso interiores. En el caso de la resistencia a compresión de hormigón ( $F_c$ ) se utilizó un valor de 28 MPa y para el límite de fluencia del acero ( $F_y$ ) se utilizó 420 MPa, valores normalmente usados para este tipo de elementos estructurales.

En relación al ángulo entre bielas y tirantes, solo algunas normas presentan una guía para este valor, la ACI (2014) y NZS (2006) recomiendan un ángulo mayor a 25°, mientras que las normas CEP-FIP (1990) y DIN (2008) indican un ángulo mínimo de 45°. Asumiendo este último valor para los modelos a ser analizados. La altura efectiva de los modelos depende del ancho efectivo de las bielas y tirantes, que varían de acuerdo a la sollicitación del elemento como la resistencia a compresión del concreto.

**Tabla 1.** Resumen vigas modeladas

Viga	Longitud (m)	Sección b×h (cm <sup>2</sup> )	$F_c$ (MPa)	$F_y$ (MPa)	Ángulo entre bielas y tirantes (°)
VP1	10	30x70	28	420	45
VP2	12	35x85	28	420	45
VP3	15	40x105	28	420	45
VP4	18	45x130	28	420	45
VP5	20	50x140	28	420	45

**Figura 2.** Esquema de las vigas analizadas



El programa CAST es usado por diseñadores, educadores e investigadores en la rama; facilita a los educadores la enseñanza del modelo y sirve como una herramienta académica para estudiantes para explorar las capacidades del modelo de bielas y tirantes. El programa resuelve directamente la distribución de las bielas y tirantes en una estructura mediante estática, para lo cual el modelo a ser analizado debe estar en equilibrio interno, en los nodos, y en equilibrio externo, entre las cargas aplicadas y las reacciones de soporte. Las bielas se idealizan de forma prismática y el cálculo del esfuerzo del elemento ( $f_c$ ) se lo realiza a través de la Ec. 1. Los tirantes se idealizan en una o varias capas acero y el cálculo del esfuerzo ( $f_t$ ) es realizado mediante la Ec. 2 (TJHIN; KUCHMA, 2007).

$$f_c = \frac{F}{w_c t} \quad \text{Ec. 1}$$

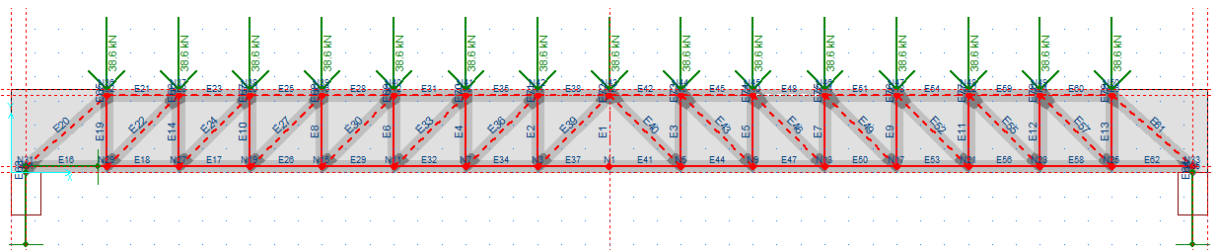
$$f_t = \frac{F t}{w_t t} \quad \text{Ec. 2}$$

Donde  $F$  es la fuerza de la biela,  $Ft$  es la fuerza del tirante,  $w_c$  es el ancho efectivo de la biela,  $w_t$  es el ancho efectivo del tirante y  $t$  es el espesor de la región D analizada.

El procesamiento de los datos, la nomenclatura utilizada, la estructura del programa e incluso algunos ejemplos son presentados a detalle en Tjhin y Kuchma (2007).

Los modelos de bielas y tirantes para vigas son representados normalmente como una celosía, Figura 1, siendo también utilizado para esta investigación. En la Figura 3, se muestra el modelo de la VP1, cargado en el programa CAST, donde las líneas rojas representan los tirantes y las líneas punteadas las bielas. Como es descrito por varios autores (HU; LEY; RUSSELL, 2014; MUTTONI; RUIZ; NIKETIC, 2015), no existe un modelo único; por tanto, los modelos propuestos son realizados con la intención de analizar y diseñar, a fin de realizar una evaluación y comparación.

**Figura 3.** Modelo de la VP1



En la Tabla 2 se presenta el resumen de las cargas consideradas y calculadas mediante las especificaciones LRFD (AASHTO, 2014). Es importante mencionar que la carga total para el modelo de las vigas es distribuida a cada nodo externo, dando una carga por nodo en kN, como se observa en la Figura 3 a través de las flechas verdes.

**Tabla 2.** Resumen de cargas de las vigas modeladas

Carga	Unidad	Cargas consideradas por viga				
		VP1	VP2	VP3	VP4	VP5
Carga Muerta	kg	18846.2	25565.0	37170.0	53196.2	65396.2
Carga Rodadura	kg	3543.7	5315.6	5316.0	6378.7	7087.5
Carga Viva	kg	36687.0	37602.2	41238.7	46537.7	49175.0
Total Carga	kg	59076.9	68842.8	83724.7	106112.6	121658.7
	kN	579.4	671.6	821.1	1040.6	1193.1
Carga por Nodo	kN	38.6	44.8	54.7	69.4	79.5

Para el cálculo y verificación del acero con el modelo de bielas y tirantes se utilizó el programa CAST, como se mencionó anteriormente, que utiliza disposiciones de la ACI 318 (2006) y características de otros códigos (TJHIN; KUCHMA, 2007). El área de acero ( $A_s$ ) se define de acuerdo a la capacidad de la biela armada ( $f_{tu}$ ), calculada por medio de la Ec. 3. El valor adecuado del acero está en la relación entre el esfuerzo de la biela ( $f_t$ ) y la capacidad de la biela armada ( $f_{tu}$ ), conocido como capacidad resistente del elemento, stress ratio, el cual varía entre 0 y 1.

$$f_{tu} = \frac{A_s F_y}{w_t t} \quad \text{Ec. 3}$$

Para las bielas no se calculó acero, ya que estos elementos solo soportan esfuerzos de compresión y dependen de la resistencia a compresión del hormigón ( $F_c$ ). La capacidad resistente de estos elementos también relaciona el esfuerzo de la biela ( $f_c$ ) y la capacidad de la biela calculada ( $f_{cu}$ ). Este último valor se calcula mediante la Ec. 4, donde  $\vartheta$  es un factor de efectividad, que varía entre 0 y 1.

$$f_{cu} = \vartheta F_c \quad \text{Ec. 4}$$

El límite del esfuerzo de compresión de las bielas está en función del producto de la resistencia a la compresión del hormigón y un factor de reducción, que varía de acuerdo a cada especificación. Las normas A23 (CSA, 2005) y LRFD (AASHTO, 2014) limitan el esfuerzo máximo de compresión de la biela al 85% de la resistencia a compresión del hormigón. El cálculo de la capacidad resistente de los nodos, también están en función del producto de la resistencia a la compresión del hormigón y un factor de reducción, que depende del tipo de nodo.

En relación a la armadura de control de fisuras se utilizó la Ec. 5 de la norma ACI (2014), dispuesta cuando la resistencia a hormigón es menor a 42 MPa.

$$\Sigma \frac{A_{si}}{b_s s_i} \text{sen } \alpha_i \geq 0.003 \quad \text{Ec. 5}$$

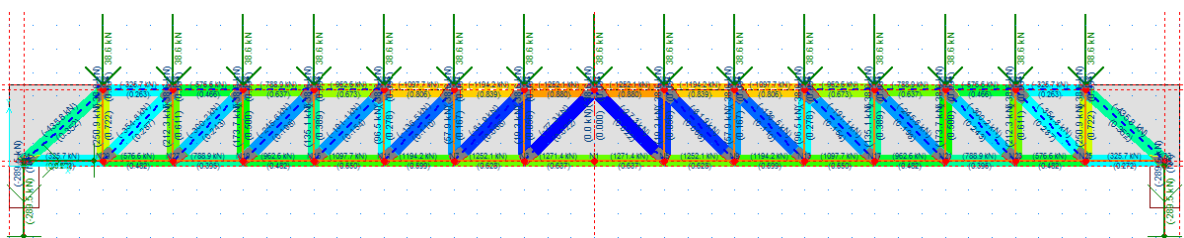
Donde  $A_{si}$  es el área del refuerzo distribuido con un espaciamiento  $s_i$ , con barras a un ángulo  $\alpha_i$  con respecto del eje de la biela y  $b_s$  es el ancho de la biela.

Esta disposición también es parecida con las especificaciones LRFD (AASHTO, 2014) y el CSA-06-06 (CSA, 2006) que disponen un área de refuerzo de acero a una relación al área de hormigón de 0.003 en cada dirección.

### 3 Resultados y discusión

Una vez definidos y cargados los modelos con todas las características necesarias, se hizo correr el programa. En la Figura 4 se presenta el resultado obtenido en el modelaje de la VP1.

**Figura 4.** Resultado de la VP1



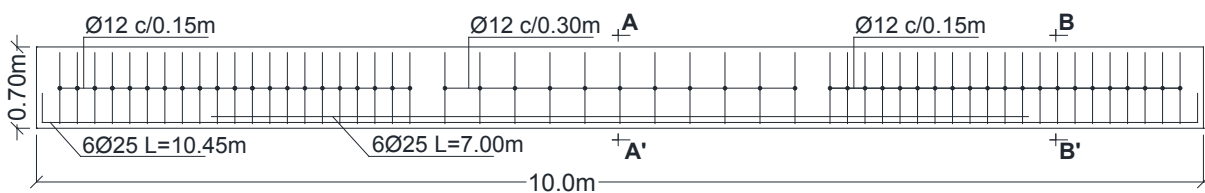


El principal resultado para el análisis que brinda el programa CAST es el porcentaje de la capacidad resistente de cada elemento y de cada nodo, stress ratio, el cual varía desde cero hasta la unidad. Cuando estos valores son iguales o superiores a la unidad indican que el elemento está fuera de servicio y que su capacidad última fue alcanzada. Es importante señalar que ningún elemento debe exceder la capacidad resistente del mismo, para tal propósito el programa genera una paleta de colores que señala el grado en que los elementos están sometidos, que van desde solicitaciones bajas (tonos azules) hasta solicitaciones altas (tonos amarillos), ya en elementos que estén fuera de servicio son presentados con color rojo.

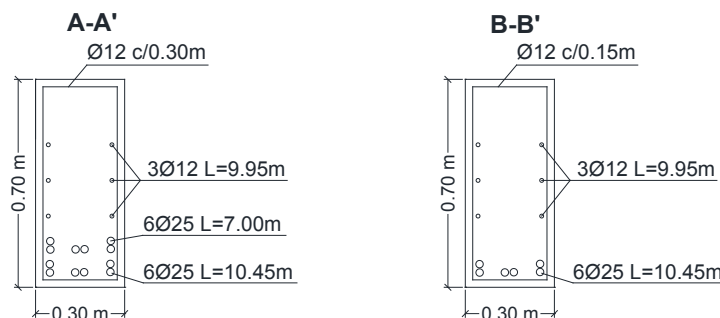
En los cinco modelos, el stress ratio no sobrepasó los valores de 0.88 en las bielas y nodos, los cuales pueden ser reducidos añadiendo acero (bielas armadas) o ampliando la resistencia a compresión del hormigón, puesto que estos elementos dependen de este valor. En el caso de los tirantes, se dio una atención especial, ya que de los cuales se calcula la armadura de la viga, flexión y corte; para lo cual se optó que el porcentaje de la capacidad resistente varíe entre 0.45 y 0.75, porque si bien solo existe un parámetro de seguridad (no debe exceder el valor de 1), se priorizó mantener seguridad en los elementos.

Por medio del programa CAST es posible calcular las fuerzas y a la vez verificar las armaduras propuestas, proporcionando información acerca de la cantidad del acero prevista en el caso de los tirantes, y en el caso de las bielas y nodos, sobre sus dimensiones y la resistencia del hormigón. En este sentido, todos los elementos de los modelos de las cinco vigas se encuentran dentro del rango de seguridad, verificando que ningún elemento se encuentre en colapso y a la vez comprobando la veracidad de los modelos adoptados y del refuerzo provisto. En la Figuras 5 y 6 se presenta el detalle constructivo de la VP1 con el modelo de bielas y tirantes

**Figura 5. Armadura de la VP1**



**Figura 6. Secciones de la VP1**





Una vez realizado el diseño para las cinco vigas propuestas a través del modelo de bielas y tirantes y de las especificaciones LRFD (AASHTO, 2014), fue calculado el acero total por ambos métodos, el cual es presentado en las Tabla 3 y 4.

**Tabla 3.** Resumen del acero de las vigas modeladas

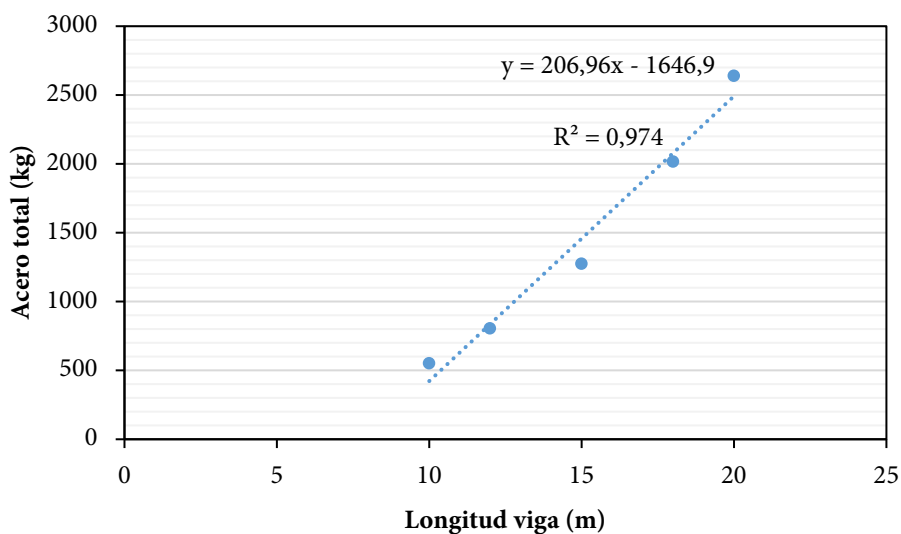
Armadura	Unidad	Modelo de bielas y tirantes				
		VP1	VP2	VP3	VP4	VP5
Flexión	kg	418.8	550.2	618.2	1310.4	1520.6
Corte	kg	79.2	147.6	254.2	418.5	563.0
Piel	kg	53.7	107.5	161.5	287.2	383.0
Total	kg	551.7	805.3	1274.0	2016.1	2639.8

**Tabla 4.** Resumen del acero de las vigas modeladas

Armadura	Unidad	AASHTO - LRFD (2014)				
		VP1	VP2	VP3	VP4	VP5
Flexión	kg	489.6	683.2	972.8	1310.4	1530.2
Corte	kg	86.4	129.6	236.2	348.7	416.2
Piel	kg	35.8	64.5	107.6	161.5	215.4
Total	kg	611.8	877.3	1316.6	1820.6	2161.8

La Figura 7 muestra la cantidad total de acero dispuesto específicamente por el modelo de bielas y tirantes de acuerdo a la longitud de la viga, donde la recta ajustada permite mostrar la relación entre estas variables, donde se observa una relación lineal y directa entre la longitud de la viga y la cantidad de acero necesario, con un coeficiente de correlación casi perfecta, 0.97. Sin embargo, es importante resaltar que esta relación solo contemplaría el rango de las longitudes analizadas, 10 a 20 metros.

**Figura 7.** Total acero vs Longitud viga



Estos resultados también concuerdan con lo que indica Tórtola (2012), el cual menciona existe una fuerte proporcionalidad entre la cantidad de acero que se dispone

en relación a la magnitud de las fuerzas, como también que la cantidad total de acero para el diseño de una viga aumenta en tendencia lineal con la longitud. Es importante considerar que resultados presentados son realizados con acero estructural de un límite de fluencia ( $F_y$ ) de 42 MPa, aceros de alta resistencia resultarían en valores diferentes, ya que como se muestra en la Ec. 3, la cantidad de acero depende de límite de fluencia, a mayor valor de este último, menor área de acero.

En la Tabla 5 es presentado un resumen de la disposición de la armadura calculada por el modelo y por las especificaciones LRFD (AASHTO, 2014) para los sectores más solicitados de la viga, en el caso de la armadura a flexión, en la región central de la viga, y la armadura de corte para los extremos de la viga. Es importante señalar que las cantidades de acero se encuentran dentro los límites recomendados por la norma AASTHO (2014).

**Tabla 5.** Comparación de armadura de flexión y corte

Longitud (m)	Armadura Flexión		Armadura Corte	
	Bielas y tirantes	LRFD	Bielas y tirantes	LRFD
10	12 $\phi$ 25	12 $\phi$ 25	$\phi$ 12 c/15 cm	$\phi$ 12 c/14 cm
12	13 $\phi$ 25	14 $\phi$ 25	$\phi$ 12 c/12 cm	$\phi$ 12 c/14 cm
15	15 $\phi$ 25	16 $\phi$ 25	$\phi$ 12 c/11 cm	$\phi$ 12 c/12 cm
18	18 $\phi$ 25	18 $\phi$ 25	$\phi$ 12 c/10 cm	$\phi$ 12 c/12 cm
20	21 $\phi$ 25	20 $\phi$ 25	$\phi$ 12 c/9 cm	$\phi$ 12 c/12 cm

Con respecto a la armadura de flexión, se puede comprobar que el modelo de bielas y tirantes dispone menor cantidad de acero para longitudes menores de 15 metros, además que la armadura a flexión es similar, solo diferenciándose por una barra ( $\phi$ 25) en las de vigas de 12 y 15 metros. Sin embargo, para las longitudes de 18 y 20 metros, el acero calculado es mayor al obtenido por las especificaciones LRFD (AASHTO, 2014), respectivamente.

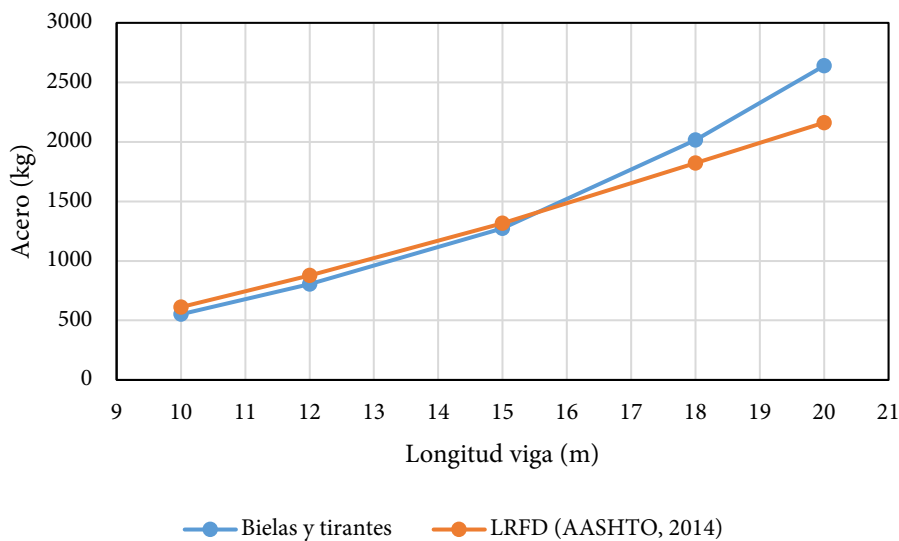
En relación a la armadura a corte, se observa que si bien las especificaciones LRFD (AASHTO, 2014) permite elegir una disposición de acero que satisfaga las condiciones requeridas, una disposición de acero puede cumplir para varios casos; en el caso del modelo de bielas y tirantes, se puede determinar el acero de acuerdo a las fuerzas de los tirantes, en este sentido, se puede proveer armadura de acuerdo a cada tirante específico. En cuanto a la cantidad de acero requerido, el modelo de bielas y tirantes dispone mayor cuantía en comparación al otro método de diseño.

En la Tabla 6 se presenta el resumen de acero en kg para todas las vigas analizadas por los dos métodos, además de la variación porcentual con respecto al método de las bielas y tirantes. En la Figura 8 se muestra la comparación de la cantidad total de acero.

**Tabla 6.** Cantidad de acero por los métodos estudiados

Viga	Longitud	Cantidad de acero (kg)		Variación (%)
		Bielas y tirantes	LRFD	
VP1	10	551.7	611.8	-9.8
VP2	12	805.3	877.3	-8.2
VP3	15	1274.0	1316.6	-3.2
VP4	18	2016.1	1820.6	10.7
VP5	20	2639.8	2161.8	22.1

**Figura 8.** Comparación del acero de las vigas



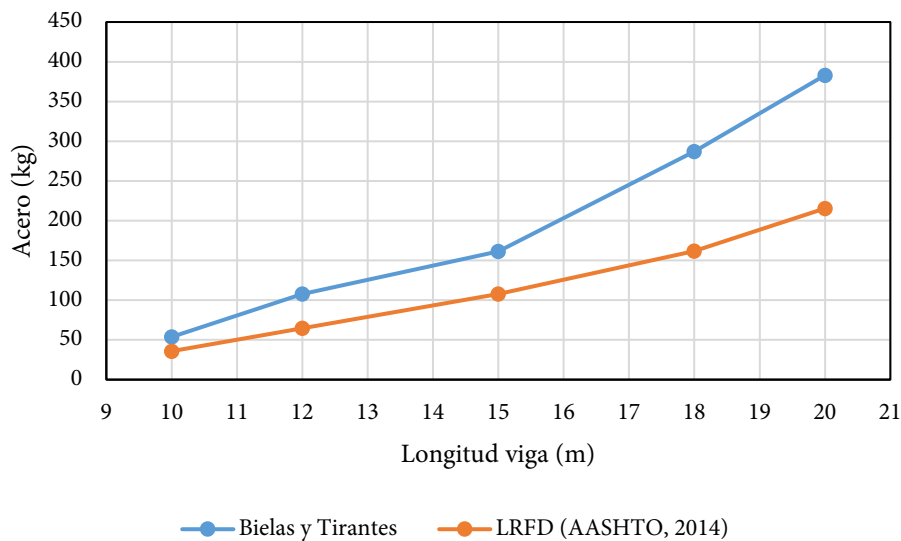
Mediante la Figura 8, se puede observar que la cantidad de acero calculada por las especificaciones LRFD (AASHTO, 2014) es mayor que el modelo de bielas y tirantes para las vigas de longitudes de 10 y 12 metros, con una variación porcentual cercana al 10% en ambos casos. Para la longitud de 15 metros existe una pequeña diferencia entre ambas cantidades, 3.2%. Sin embargo, para las longitudes de 18 y 20 metros la armadura calculada por el modelo de bielas y tirantes es mayor, con variaciones de 10.7% y 22.1%, respectivamente. Esta diferencia puede ser atribuida en parte al acero de control de fisuras o temperatura, ya que el modelo dispone una cantidad considerablemente mayor a las especificaciones LRFD (AASHTO, 2014).

La armadura para control de fisuras es un punto importante dentro del modelo de bielas y tirantes, la cual se dispone en las caras laterales de las vigas. En las especificaciones LRFD (AASHTO, 2014) e incluso en otras normas se la conoce armadura de piel o temperatura. La Tabla 7 se presenta la armadura para control de fisuras/temperatura calculada para cada viga. La Figura 9 muestra la cantidad de acero dispuesta para cada longitud de viga.

**Tabla 7.** Armadura para control fisuras/temperatura

Longitud (m)	Armadura control fisuras/temperatura				Variación en total de acero (%)
	Bielas y tirantes		LRFD		
	Barras	Total (kg)	Barras	Total (kg)	
10	6φ12	53.7	4φ12	35.8	50.0
12	10φ12	107.5	6φ12	64.5	66.7
15	12φ12	161.5	8φ12	107.6	50.0
18	10φ16	287.2	10φ12	161.5	77.8
20	12φ16	383.0	12φ12	215.4	77.8

**Figura 9.** Comparación del acero de las vigas



Según la Tabla 7 y la Figura 9, se observa que la cantidad de armadura calculada mediante el modelo de bielas y tirantes es mayor en más del 50% en comparación a la armadura calculada con las especificaciones LRFD (AASHTO, 2014), esto se debe a que el modelo prioriza el control a fisuras para dar una mayor seguridad al diseño, además que la esencia del modelo radica en el surgimiento de fisuras como una orientación de las fuerzas de compresión y tracción, donde normalmente las bielas están en dirección de las fisuras. Santos (2006) en su modelado de vigas también resaltó la gran cantidad de acero de control de fisuras que proporciona el modelo de bielas y tirantes.

La gran diferencia entre la cantidad de acero calculada entre ambos métodos para longitudes grandes, es esperado puesto que varias investigaciones en el área (TÓRTOLA, 2012; PUIGVERT, 2014; BEDRU, 2014) afirman que el modelo de bielas y tirantes tiene la característica de ser conservador.

A pesar de que el presente trabajo presenta una metodología de diseño y análisis mediante el modelo de bielas y tirantes bidimensionales de vigas de puentes, considerando las cargas características de estas; el modelo puede mejorar con modelos más complejos que tomen en cuenta otros factores (PUIGVERT, 2014).

Por lo obtenido por el modelo, el armado de la viga coincide en muchos aspectos con las especificaciones LRFD (AASHTO, 2014), como la cantidad de acero y la disposición de las barras, con la ventaja de poder armar por tramos, además de poder ser utilizado para comparar los resultados obtenidos con el método tradicional de las secciones (BEDRU, 2014), en este caso con la norma AASTHO – LRFD (2014), o ya sea con otras normas diferentes a la utilizada en este trabajo. No obstante, es importante considerar que el calculista puede llegar a tardar más tiempo en el diseño con el método, si es que no está familiarizado con el mismo (SKIBBE, 2010)

Se observó que para la utilización del modelo de bielas y tirantes es necesario conocer la distribución de las tensiones en los elementos, lo cual puede ser realizado a través de programas experimentales o mediante un análisis numérico computacional, como elementos finitos (SIMÃO, 2014).

## 4 Consideraciones finales

Las armaduras calculadas mediante el método tradicional y el modelo de bielas y tirantes resultan muy parecidas. Sin embargo, se tiene mayor cantidad de acero por el segundo método, especialmente para longitudes mayores, 18 y 20 metros, lo que hace que el método pueda ser considerado no económico en comparación a otros, hasta incluso conservador para su aplicación para el diseño. No obstante, al tener resultados parecidos puede comprobarse que el modelo brinda resultados acordes a los usados normalmente por los calculistas que usan la norma AASHTO - LRFD, y, por tanto, son aplicables para este tipo de elementos estructurales, vigas de puentes.

El modelo de bielas y tirantes presenta muchas ventajas para el análisis y diseño como ya fue explicado, especialmente en vigas donde el modelo es más desarrollado y utilizado. Pero, una de las limitaciones encontradas con el modelo, es la dificultad para el cálculo de la capacidad resistente y la determinación de las dimensiones de los distintos elementos, si es que es realizado manualmente; como también la elección de un modelo adecuado. Si bien en este caso se tenía la certeza del comportamiento interno de fuerzas de una viga por las diferentes investigaciones en el área, podría existir la dificultad para otros elementos estructurales que compongan un puente u otras estructuras.

La herramienta CAST, representa una gran ayuda al calculista en el momento de diseñar, reduciendo pasos y facilitando el cálculo de la capacidad resistente de los elementos que componen el modelo, además de comprobar distintas armaduras, haciendo el proceso de análisis y diseño sea eficiente. Sin embargo, solo se pueden analizar elementos bidimensionales, lo que limita su rango de aplicación.

## Referencias

- AASHTO - American Association of State Highway and Transportation Officials. *LRFD Bridge Design Specifications, Customary U.S. Units, 7th Edition, with 2015 and 2016 Interim Revisions*. 7 ed., Washington: American Association of State Highway and Transportation Officials, 2014. 2160p. ISBN: 978-1-56051-592-0
- ACHE – Asociación Científico-Técnica del Hormigón Estructural. *Monografía M-6*, Madrid: ACHE, 2003. 190p.
- ACI – American Concrete Institute. *318-14: Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural* Comité ACI 318, Detroit: ACI Publications, 2014. 592p. ISSN: 978-0-87031-960-0
- ACI – American Concrete Institute. *318-06: Building code requirements for structural concrete* ACI 318, Farmington Hills: ACI Publications, 2006.
- BAE, H. U.; OLIVA, M. G.; BANK, L. C. Reinforcement-Free Decks Using Modified Strut-And-Tie Model. *ACI Structural Journal*, vol. 108, n. 5, pp. 562-571, 2011.
- BEDRU, H. *Evaluation of hammerhead pier Cap Bridge design using strut and tie model*. 2014. 116 f. Tesis (Maestría) – Faculty of Technology, Addis Ababa University, Addis Ababa, 2014.
- BROWN, M. D.; SANKOVICH, C. L.; BAYRAK, O.; JIRSA, J. O.; BREEN, J. E.; WOOD, S. L. *Design for Shear in Reinforced Concrete Using Strut-and-Tie Models*, 1 ed, Austin: FHWA Texas Department of Transportation - Research and Technology Implementation Office, 2005. 354p.
- BROWN, M. D.; SANKOVICH, C. L.; BAYRAK, O.; JISRA, J. O. Behavior and efficiency of bottle-shaped struts. *ACI Structural Journal*, vol. 103, n.3, p. 348-355, 2006.
- CEB-FIP. *Model Code 90*. Comité Euro-International du Béton. 1 ed. Londres: Thomas Telford Services Ltd. 460p. 1993. ISSN: 978-0-7277-1696-5
- CHANTELOT, A. M. G. *Strut-and-tie modeling of reinforced concrete pile caps*. 2010. 223 f. Tesis (Maestría) - Department of civil and Environmental Engineering, Chalmers University of Technology, 2010.
- CSA - Canadian Standards Association. *CSA-S6-06: Canadian Highway Bridge Design Code*. Technical Committee on Canadian Highway Bridge Design Code. Mississauga: Canadian Standards Association, 2006, 788 p. ISBN: 978-1-5532-4482-0
- CSA - Canadian Standards Association. *CSA A23.3-04: Design of Concrete Structures*. Technical Committee on Reinforced Concrete Design. Rexdale: Canadian Standards Association, 2005, 250 p.
- DIN. *DIN 1045-1:2008-08 Concrete, reinforced and prestressed concrete structures - Part 1: Design and construction*, Springer, Berlin, Germany: Deutsches Institut für Normung (DIN-Normen), 240p. 2009. 978-3-8348-9610-0
- EHE - Instrucción de Hormigón Estructural. *EHE-08*, 5 Ed., 2011, 704p. 2011. ISBN: 978-84-498-0899-9

- HU, Q.; LEY, M. T.; RUSSELL, B. W. Determining Efficient Strut-and-Tie Models for Simply Supported Beams Using Minimum Strain Energy. *ACI Structural Journal*, vol. 111, n. 5, p. 1015-1025, 2014. doi: <https://doi.org/10.14359/51686824>
- KUMAR, V. H.; SENTHIL, S.; KUMAR, P. Direct Strut-and-Tie Model for Reinforced Concrete Bridge Pier Cap. *Mathematical Modelling in Civil Engineering*, vol. 12, n.2, pp. 1-8, 2016. doi: <https://doi.org/10.1515/mmce-2016-0005>
- MORADI, M.; ESFAHANI, M. R. Application of the strut-and-tie method for steel fiber reinforced concrete deep beams. *Construction and Building Materials*, vol. 131, p. 423-437, 2017. doi: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.11.042>
- MOYA, F. B. V.; JUÁREZ, J. A. L.; BLÁZQUEZ, L. B. *Apuntes de Hormigón Armado: Adaptados a la instrucción EHE-8*. 2012. Escuela Politécnica Superior - Universidad de Alicante, Alicante, 2012. 280p.
- MUTTONI, A.; RUIZ, M. F.; NIKETIC, F. Design versus Assessment of Concrete Structures Using Stress Fields and Strut-and-Tie Models. *ACI Structural Journal*, vol. 112, n. 5, p. 605-615, 2015.
- NZS. Concrete Structures Standard: Part 1-The Design of Concrete Structures (NZS 3101-1) Concrete Design Committee P 3101 for the Standards Council. Wellington: Standards New Zealand, 309p. 2006. ISBN: 1-86975-043-8
- PANJEHPOUR M.; CHAI, H. K.; VOO, Y. L. Refinement of Strut-and-Tie Model for Reinforced Concrete Deep Beams. *Journal Plos One*, vol. 10, n. 6, p. 1-17, 2015. doi: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0130734>
- PARRA-MONTESINOS, G. J. Strut-and-Tie models for Deep Beam Design. *Concrete International*, vol. 30, n. 12, p. 41-46, 2008.
- PUIGVERT, J. A. R. *Estudio experimental del comportamiento resistente y en servicio de encepados de pilotes reforzados mediante recrecido de hormigón armado*. 2014. 97 f. Tesis (Maestría) - Departamento de ingeniería de la construcción, Universidad politécnica de Cataluña, Barcelona, 2014.
- SANTOS, D. D. *Análise de vigas de concreto armado utilizando modelos de Bielas e Tirantes*. 2006. 195 f. Tesis (Maestria) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.
- SIMÃO, D. W. G. *Análise e dimensionamento de vigas de concreto armado com aberturas na alma*. 2014. 99 f. Tesis (Maestria) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2014.
- SKIBBE, E. *A comparison of design using strut-and-tie modeling and deep beam method for transfer girders in building structures*. 2010. 98 f. Tesis (Maestría) - Department of Architectural Engineering, Kansas State University, Manhattan, 2010.
- TJHIN, T. N.; KUCHMA, D. A. Integrated Analysis and design tool for the strut-and-tie method. *Engineering Structures*, vol. 29, n. 1, p. 3042-3052, 2007. doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2007.01.032>



TÓRTOLA, L. M. *Modelos tridimensionales de bielas y tirantes parala conexión postesada de vigas prefabricadas sometidas a flexión*. 2012. 197 f. Tesis (Maestría) - Universidad Politécnica de Valencia, 2012.

TUCHSCHERER, R. G.; BIRRCHEER, D. B.; BAYRAK, O. Strut-and-tie model design provisions. *PCI Journal*, vol. 56, n.1, p. 155-170, 2011. doi: <https://doi.org/10.15554/pcij.01012011.155.170>

TUCHSCHERER, R. G.; BIRRCHEER, D. B.; WILLIAMS, C. S.; DESCHENES, D. J.; BAYRAK, O. Evaluation of Existing Strut-and-Tie Methods and Recommend Improvements. *ACI Structural Journal*, vol. 111, n.6, pp. 1451-1460, 2014.

VICTORIA, M.; QUERIN, O. M.; MARTÍ, P. Generation of strut-and-tie models by topology design using different material properties in tension and compression. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 44, n.2, p. 247-258. doi: <https://doi.org/10.1007/s00158-011-0633-z>

WANG, G.; MENG, S.H. Modified strut-and-tie model for prestressed concrete deep beams. *Engineering Structures*, vol. 30, n. 1, p. 3489-3496, 2008. doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2008.05.020>