

# O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL: CARACTERÍSTICAS E INTERSEÇÕES NO CENTRO-OESTE BRASILEIRO

*Karly Barbosa Alvarenga*

Universidade Federal de Goiás (UFG), Goiânia, GO, Brasil.

E-mail: <karlyalvarenga@gmail.com>.

*Raquel Carneiro Dorr*

Universidade de Brasília (UnB), Brasília, DF, Brasil.

E-mail: <raqueldoerr@gmail.com>.

*Vanda Domingos Vieira*

Pontifícia Universidade Católica de Goiás (PUC Goiás), Goiânia, GO, Brasil.

E-mail: <vandadomingosvieira@gmail.com>.

## RESUMO

Este trabalho objetiva apresentar os índices de aprovação, reprovação e cancelamento da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral em três instituições de ensino superior do Centro-Oeste brasileiro e, além disso, mapear ações desenvolvidas por essas universidades que visem dar subsídios aos estudantes para aprenderem os conteúdos ensinados na referida disciplina. Os dados foram coletados por meio de informações fornecidas pelas Pró-reitorias de Graduação e de entrevistas realizadas com os docentes. As reflexões levantadas se enquadram nas discussões realizadas a partir da Cultura Escolar de Viñao (2008). Observou-se que a cultura escolar, nas três universidades, é muito parecida e que elas desenvolvem ações, buscando qualificar a aprendizagem do Cálculo para, desse modo, diminuir a reprovação.

**Palavras-chave:** Cálculo diferencial e integral. Universidades. Ensino. Aprendizagem. Cultura escolar.

## 1 INTRODUÇÃO

Muito se comenta sobre as dificuldades de aprendizagem da disciplina Cálculo Diferencial e Integral (CDI) não só no Brasil, como pode ser verificado no trabalho de Wrobel, Zeferino e Carneiro (2013), mas também no exterior, como apontado por Rasmussen, Marrongelle e Borba (2014). Comentários vão desde os meios informais entre alunos, professores, pais e jornais<sup>1</sup>, até os meios mais acadêmicos, sendo tema de pesqui-

sas; como, por exemplo, as realizadas por Cavasotto e Portanova (2008), Cury (2003), Santos e Matos (2012), Pagani e Allevato (2014), Tarmizi (2010) e outros.

É notória a importância dos conteúdos, principalmente de funções, derivadas e integrais como ferramentas matemáticas para a análise de fenômenos físicos, biológicos, econômicos, administrativos, contábeis, matemáticos, químicos, computacionais, das engenharias e de outras ciências que visam não só um avanço tecnológico, mas, sobretudo, compreender, descobrir e aumentar o conhecimento humano que serve à condução da vida ou ao gerenciamento dos negócios.

<sup>1</sup> <http://extra.globo.com/noticias/educacao/vida-de-calouros-por-que-reprova-se-tanto-em-calculo-no-ensino-superior-saiba-como-evitar-13356046.html>

Por volta de 1750, o próprio matemático Euler demonstrou uma preocupação com a aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral, quando escreveu um texto de “pré-cálculo”, enfatizando a ideia de função (BELINGOFF; GOUVÊA, 2008). Isso pode indicar que ele tinha consciência que enfrentar diretamente os conteúdos de CDI não seria tão simples, mesmo para os matemáticos da época.

Neste trabalho, exibimos dados sobre índices de aprovação, reprovação e evasão, refletimos, a partir de nossa experiência docente e de pesquisa, sobre essa disciplina ou, ainda, sobre os conteúdos aí estudados, e apresentamos algumas ações da Universidade Federal de Goiás (UFG), da Universidade de Brasília (UnB) e da Pontifícia Universidade Católica de Goiás (PUC Goiás) na busca de melhorar a aprendizagem dos estudantes e aumentar os índices de aprovação.

Neste trabalho, não trazemos a discussão sobre o que vem a ser uma disciplina ou sobre os conteúdos elencados nela. Temos, sim, o intuito de mapear alguns índices e ações dessas instituições rumo a vislumbrar uma melhoria de aprendizagem dos conteúdos intrínsecos à disciplina, normalmente intitulada Cálculo Diferencial e Integral I (com variações nominais, mas aqui denominamos CDI simplesmente, salvo quando se fizer necessário apontar o nome específico, no contexto de cada universidade), e refletir sobre esses dados.

De maneira global, nos livros e nas universidades, os cursos de CDI abordam os assuntos:

1. Funções reais. Limites de funções. Limites laterais e Continuidade de funções. Teorema do Valor Intermediário. Reta tangente, derivada, regras básicas de derivação. Derivadas de funções transcendentais.
2. Derivadas de composições e inversas de funções. Derivação implícita e taxas relacionadas. Otimização. Teorema do Valor Médio. Esboço de gráficos. Regra de L'Hôpital.
3. Integral definida e propriedades. Teorema Fundamental do Cálculo. Integral indefinida. Técnicas de integração: substituição, partes, frações parciais, substituição inversa, produtos de funções trigonométricas. Aplicações da integral ao cálculo de áreas planas, comprimento de curvas, volumes de sólidos.

Contudo, em alguns cursos, são estudados apenas parte desses conteúdos, pois a carga horária é menor e as demandas não exigem a vastidão

e/ou uma abordagem profunda; isso ocorre, por exemplo, em alguns cursos que não são da área de exatas.

As dificuldades enfrentadas pelos estudantes, em geral, são consequência, segundo alguns professores, da falta de base matemática quando eles chegam à universidade. Porém, essa dificuldade é nacional, como indicam Pagani e Allevato (2014), e também internacional, como pontua o trabalho de Rasmussen, Marrongellee e Borba (2014). Desse modo, tal justificativa não pode ser, exclusivamente, a responsável pelo alto índice de reprovação.

Será que todos os alunos que cursam CDI estudaram e aprenderam conteúdos matemáticos da educação básica da mesma forma? É claro que não! Tampouco seus professores foram os mesmos e suas metodologias também não são iguais. Segundo Tall (1993, p. 10, tradução nossa) “[...] independentemente do método utilizado, uma insatisfação geral com o curso de cálculo surgiu em vários países ao redor do mundo na última década”<sup>2</sup>. Alguns pesquisadores vão mais longe ao afirmar, como Rezende (2003), que:

[...] acreditamos que grande parte das dificuldades de aprendizagem no ensino de Cálculo é essencialmente de natureza epistemológica. Pode-se dizer ainda mais: as raízes do problema estão além dos métodos e das técnicas, sendo inclusive anteriores ao próprio espaço-tempo local do ensino de Cálculo. (REZENDE, 2003, p.46)

Por natureza epistemológica podemos entender a gênese e o desenvolvimento dos conteúdos ao longo da história da ciência. As afirmações de Tall (1993) e de Resende (2003) possuem a mesma característica: apontam a insatisfação com a aprendizagem e o ensino de CDI, e nos fazem observar que, mesmo havendo o intervalo de dez anos entre elas, a queixa permanece.

Raad (2012) indica que uma discussão pertinente é refletir sobre como a cultura do ensino de Cálculo se insere nos espaços públicos e privados de ensino superior e aponta que ela aparece em diferentes matizes. O autor relata que os professores da Universidade de São Paulo (USP), na década de 60, eram influenciados pelo pensamento de Bourbaki, ou seja, seguiam uma determinada corrente para produzir e expor a Matemática. Observa também que, nos Departamentos de Matemática,

<sup>2</sup> [...] *whatever method is used, a general dissatisfaction with calculus course has emerged in various countries round the world in the last decade.*

existem variedades de professores com formações distintas: algebristas, analistas, geômetras e, mais recentemente, educadores matemáticos. Assim, o professor, de alguma forma, tenderá a ministrar um curso de acordo com a sua formação: mais formal e demonstrativo, se for um matemático “puro”; mais aplicado, se for um matemático da área de equações diferenciais; mais preocupado com todo o entorno do processo de ensino e aprendizagem, se for um educador matemático. Nessa mesma linha, a investigação de Fragoso (2011) destaca a influência da formação dos docentes na condução dos seus cursos.

Não são poucas as pesquisas e inquietações em torno do ensino e da aprendizagem dos conteúdos de CDI. As academias já passaram por várias experiências, inclusive, houve um movimento, na década de 80, denominado Reforma do Cálculo, que ultrapassou as fronteiras estrangeiras chegando ao Brasil. Esse movimento preconizava, principalmente, o uso de computadores e de mais contextualizações, como recursos metodológicos para melhorar a aprendizagem.

No Brasil, Pagani e Allevalo (2014) indicam que os anos de 2010, 2011 e 2012, foram anos de muita produção de dissertações, representando aproximadamente 54% dos trabalhos mapeados relacionados a esse tema. Isso mostra interesse da comunidade acadêmica nessa discussão, inclusive ressaltamos que os conteúdos estudados em CDI, em muitas circunstâncias, são essenciais para a continuidade dos cursos superiores. Assim, um alto **índice** de retenção, nessa etapa, implica em um tempo maior para que os estudantes se profissionalizem. Portanto, essa preocupação é explicável e não atinge somente a esfera da sala de aula, ela também atinge os gestores de graduação superior.

Alguns estudos têm sido realizados, como o de Raad (2013), na direção da investigação histórica sobre o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. No caso desse autor, a pesquisa foi realizada com dados coletados na Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), durante as décadas de 1970 e 1980, com a intenção de identificar traços ou vestígios da cultura desse ensino. Já a dissertação de Oliveira (2009), intitulada *Uma disciplina, uma história: cálculo na licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Sergipe (1972-1990)*, estabelece como ponto central as discussões empreendidas na Universidade Federal de Sergipe (UFS) sobre o CDI no Curso de Licenciatura em Matemática daquela instituição.

É importante observar que existem outros trabalhos que levantam ações e propõe estratégias que visam à melhoria da aprendizagem de CDI, como Sousa (2015). Nesse trabalho há o relato de uma experiência realizada, durante quatro semestres, em um programa extracurricular criado pela necessidade de se oferecerem alternativas a estudantes de Cálculo que enfrentam dificuldades de aprendizagem. As atividades foram divididas em três momentos. No primeiro deles, os estudantes realizavam sequências didáticas com o *software* livre, de geometria dinâmica, GeoGebra, em laboratório de informática. Nos outros momentos, eles podiam participar de monitorias orientadas e de plantão de dúvidas.

Historicamente, o modelo dos cursos de CDI, que foram implantados nas universidades brasileiras, teve suas origens na Europa e nos Estados Unidos (LIMA, 2012). Esse mesmo autor defende a necessidade da construção de uma identidade própria para o CDI, levando em conta as exigências e os objetivos específicos de cada curso de Matemática ou de Engenharia. Tudo isso com vistas ao progresso da compreensão dos estudantes sobre o que é e para que essa disciplina é ministrada.

Dessa forma, o nosso interesse vai além de apresentar dados numéricos relativos à disciplina, ministrada em três universidades do Centro-Oeste. Mapeamos também algumas alternativas já implantadas que visam dar suporte para a superação dos obstáculos de aprendizagem.

## 2 ASPECTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS

Para a coleta de dados, entramos em contato com os órgãos administrativos das universidades, fizemos um levantamento dos índices, analisamos registros de ações que já haviam sido implantadas por meio de projetos e fizemos algumas entrevistas. Percebemos que estávamos entrando em uma área tangente à história da educação. Sentimos falta de registros e, por isso, tivemos que contactar alguns professores, inclusive aposentados, para que nos fornecessem dados. Além dos dados quantitativos, percebíamos que também merecia uma atenção as atuações que as universidades vinham realizando para minimizar as reprovações. Não queríamos analisar os índices isoladamente, e sim, de modo a agregar tais índices às ações que impulsionam a aprendizagem.

De acordo com Viñao (2012), a iniciativa de colocar a análise histórica das disciplinas escolares na formação do professor é quase ausente, pois eles próprios esquecem que a história da educação não começa quando eles ingressam no mundo escolar. Assim, ignoram que a sua disciplina já passou, ou não, por transformações, que é fruto de um processo político acadêmico, é consequência do pensamento de um grupo de estudiosos e é efeito de uma cultura escolar, muitas vezes, instituída há anos.

Todavia, nesta nossa investigação, nos atemos aos relatos de testemunhas e registros eletrônicos para subsidiar reflexões que visem situar essa disciplina no contexto de três universidades do Centro-Oeste brasileiro. Isso porque entendemos que estamos imersos em uma cultura acadêmica, portanto, escolar. Assim, adotamos a definição de Viñao (1995, p. 69, tradução nossa), que a define da seguinte maneira “[...] a cultura escolar é toda a vida escolar: atos e ideias, mentes e corpos, objetos e condutas, modos de pensar, decidir e fazer. O que acontece é que neste conjunto existem alguns aspectos que são mais relevantes que outros, que a definem”. Também entendemos como explica Raad (2013, p. 33) que:

A noção de cultura escolar trouxe ao campo historiográfico educacional a possibilidade de ampliação de estudos, antes limitados ao entendimento das políticas, organização e pensamento educacionais. Esta mudança perpassa logicamente pelo universo documental a ser utilizado pelo pesquisador, que necessariamente se amplia. Quando se tem como objetivo analisar as normas e finalidades que regem uma faculdade ou um departamento, ou o papel desempenhado pela profissionalização do educador, ou ainda os conteúdos ensinados e as práticas de ensino é preciso tenacidade ao procurar os documentos, considerando que a riqueza e confiabilidade que caracteriza um trabalho parte do número e dos tipos de fontes recorridas. Isso, por conseguinte, exige refinamento metodológico e analítico da pesquisa.

É a história sendo gerada para discutir problemas que permeiam todo o entorno de uma instituição de ensino superior. Neste caso, decidimos que três universidades, consideradas importantes para a formação profissional em Goiás e no Distrito Federal, seriam nossos objetos de estudo. Elas foram escolhidas porque nelas trabalham as autoras deste artigo e também por formarem um grupo triangular de investigação sobre CDI. Deste modo, as fontes são variadas e delineiam um contexto

não somente formado por universidades públicas, mas também por uma universidade privada.

De acordo com Viñao (2008), para estudar as disciplinas escolares é importante considerá-las como organismos vivos, pois elas não são entes abstratos com uma natureza global e imutável. Elas surgem e se desenvolvem, evoluem, se alteram, esvanecem, trazem umas às outras, se atraem e se rechaçam, se desgarram e se conectam, concorrem entre si, se relacionam e inter-cambiam informações.

Muitas vezes, as disciplinas mudam as designações ou o nome que as identifica frente às demais, ainda que, em algumas ocasiões, denominações diferentes mostrem conteúdos similares. Essas designações as representam frente a uma comunidade acadêmica ou não. Esse é o caso de Cálculo Diferencial e Integral como disciplina universitária. Optamos, aqui, pela denominação CDI, mas é relevante destacar que existem inúmeras variações.

Para Bloch (2001, p. 52), o historiador tem a função de pesquisar, examinar, analisar, porém:

Não deixa de ser menos verdade que face à imensa e confusa realidade, o historiador é necessariamente levado a nela recortar o ponto de aplicação particular de suas ferramentas: em consequência, a nela fazer uma escolha que, muito claramente, não é a mesma que a do biólogo, por exemplo; que será propriamente uma escolha de historiador. Este é um autêntico problema de ação. Ele nos acompanhará ao longo de nosso estudo.

Em nossa pesquisa, o recorte é realizado não só ao mapear as estratégias que as universidades selecionadas têm seguido para dar suporte à aprendizagem de CDI, mas também, ao fazer um levantamento de dados numéricos recentes relativos às desistências e às aprovações.

### **3 UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS: DADOS E DISCUSSÕES**

O Instituto de Matemática e Física (IMF) foi criado em 1964. Inicialmente era composto pelos Departamentos de Matemática (criado em 1971), de Física (1971), de Estatística e Informática (1975). Depois foi subdividido em três institutos: IME (criado em setembro de 1996), Instituto de Física (IF) e Instituto de Informática (INF).

Os cursos que possuem conteúdos relacionados ao Cálculo Diferencial e Integral - CDI, ou seja, cujos conteúdos tratam de funções, limites, derivadas e integral, todos ou parcialmente, são ofertados, principalmente, nas engenharias: de Alimentos, Civil, da Computação, Ambiental, Elétrica, Mecânica, Florestal, de Transportes, de Produção, Química e Física. Os demais são: Química (licenciatura - L e Bacharelado - B), Física (L e B), Física Médica, Zootecnia, Agronomia, Farmácia, Biomedicina, Ciências Ambientais, Ciências da Computação, Geologia, Arquitetura e Urbanismo, Biotecnologia, Administração, Matemática (L e B), Ciências Contábeis, Ciências Econômicas, Estatística, Ciências Biológicas (L e

B), em um total de 34 cursos diferentes. Em 2015-2, segundo semestre de 2015, o IME ofereceu em torno de 30 turmas com média de 50 alunos por turmas, perfazendo um total aproximado de 1500 vagas. Levando em consideração às proporções de matrículas na UFG-Goiânia, o número de vagas é alto. Essa é uma tentativa de proporcionar aos estudantes mais oportunidades de superar essa etapa e avançar em seus cursos.

Em relação aos índices de aprovação, reprovação e cancelamento, podemos verificar, de acordo com a Tabela 1, que o índice de reprovação e de cancelamento dos alunos matriculados no primeiro semestre de 2015-1, na UFG, foi o seguinte:

**Tabela 1** – Dados sobre reprovação e cancelamento de 2015-1

Denominação	Reprovados (média aritmética) Intervalo 5% a 78%	Cancelamento (média aritmética) Intervalo 2% a 47%	Reprovados (moda)	Cancelamento (moda)
Cálculo 1, Cálculo 1A, Cálculo 1B, Cálculo 1C, Cálculo Dif. e Int. e Geometria Analítica, Matemática Aplicada, Cálculo I, Cálculo para Eng. Elétrica 1, Elementos de Matemática	39%	17%	39%	22%

**Fonte:** Elaborado pelas autoras com dados fornecidos pela PROGRAD- UFG.

A taxa de trancamento de matrícula não foi apresentada por não ser significativa, isto é, houve pouca ocorrência desse fenômeno. O fato da porcentagem da média aritmética ser a mesma da moda pode indicar que, realmente, essa é uma taxa próxima do real. Isto é, aproximadamente, 39% dos estudantes que ficam até o final do curso são reprovados. A taxa de cancelamento também é alta e o erro dessa previsão é pequeno, pois a moda também não se distancia dela.

Até o semestre referente a 2015-2, o IME oferecia turmas de Matemática Elementar para os alunos dos cursos de Bacharelado e de Licenciatura em Matemática, com o intuito de subsidiar a aprendizagem, principalmente, dos conteúdos abordados na disciplina CDI. Contudo, o índice de reprovação também tem sido alto (conforme se verifica na Tabela 2) e não foi possível estabelecer, até o momento, a existência de uma relação entre o desempenho dos alunos em Matemática Elementar e o de CDI.

**Tabela 2** – Dados de 2015-1 sobre Matemática Elementar

Denominação	Reprovados (média aritmética) Intervalo 5% a 78%	Cancelamento (média aritmética) Intervalo 2% a 47%
Matemática Elementar	49,5	18,25

**Fonte:** Elaboração dos autores a partir dos dados da PROGRAD-UFG.

As taxas de reprovação e de cancelamento do curso de Matemática Elementar são maiores que as taxas da disciplina de CDI.

### 3.1 O CURSO DE CDI DA UFG

Hoje, a UFG, por meio do IME, oferece vários tipos de CDI (vide Tabela 1), cujas diferenças estão no âmbito da abrangência de conteúdo e na carga horária, que varia de 96h a 64h semestrais.

Isso visa atender, de forma mais direta, às demandas de cada curso.

Em 2014, a Pró-reitoria de Graduação apresentou um dado que preocupou várias instâncias acadêmicas: em torno de 1800 estudantes, naquele ano, já haviam sido reprovados, pelo menos uma vez, em CDI. Então, em acordo com o IME, resolveram ministrar um curso de Matemática Básica, principalmente para atender às necessidades de “fortalecê-los” para enfrentar novamente essa disciplina. Foram feitas várias chamadas, por meio de divulgação interna, para que os estudantes realizassem uma avaliação para que, depois, aqueles que realmente quisessem e sentissem necessidade, participassem de tal curso. Somente 390 se inscreveram e desses, em torno de 180 realizaram essa avaliação. Foram ofertadas, no primeiro semestre de 2015, três turmas de Matemática Básica e uma denominada Matemática Básica Inclusiva, no geral, em torno de 150 matriculados, incluindo aí não somente os que se submeteram à avaliação.

Os resultados não foram os previstos, isto é, esperavam-se mais interessados e o índice de reprovação também foi alto. Essa ação foi suspensa e depois o IME passou a oferecer turmas extras de CDI, porém, os ministrantes foram escolhidos dentre os que são denominados de “professores com perfil inclusivo”.

O IME tem empreitado iniciativas que visam à melhoria do ensino e da aprendizagem dos cursos de CDI. Há alguns anos, houve uma negociação entre os professores do IME e do IF para que eles trocassem as disciplinas: um professor do IME ministraria um curso de Física Básica e um do IF um curso de CDI. Porém, essa iniciativa foi pontual e demandava o interesse de mais professores para expandir e a experiência não teve continuidade. Ela tinha por objetivo dar outro tom a essas disciplinas, oportunizando aos alunos e professores vivenciar uma aprendizagem e um ensino mais contextualizado.

Um grupo de professores, na década de 90, chegou a escrever um texto, que mais tarde se tornou um livro, no qual registraram suas observações e experiências de forma a atender as demandas dessa disciplina. Tal obra tinha por finalidade ser mais didática e objetiva.

Existem alguns projetos, acolhidos pela Pró-reitoria de Extensão da UFG, que também possuem o intuito de dar suporte aos estudantes no desenvolvimento dos cursos de CDI. Por exemplo:

*Vivenciando o Cálculo no Curso de Matemática*, projeto fundamentado na Educação Tutorial, no qual a equipe realiza atividades junto a alunos da disciplina de Cálculo em um ambiente de estudo denominado Círculo Tutorial, com o intuito de propiciar mais aprendizagem; *Cálculo como atividade de descoberta de vocações para as Engenharias*, cujos objetivos principais são trabalhar com atividades de Cálculo Diferencial e Integral com alunos voluntários da educação básica para descobrir e orientar talentos para as Engenharias.

Há ainda uma ação desenvolvida pela Coordenação de Inclusão e Permanência, por meio do Espaço Afirmativo, em que os alunos estrangeiros e também os estudantes transexuais, quilombolas e indígenas têm apoio para desenvolver seus estudos em CDI. Ademais, o IF tem uma disciplina *Introdução à Física*, oferecida no primeiro período dos estudantes dos cursos, sob a responsabilidade desse instituto, com o intuito de sanar algumas dificuldades básicas e melhor prepará-los para enfrentar os conteúdos pertinentes à Física e, em especial, ao CDI.

Além dessas oportunidades, os estudantes têm a opção de frequentar um projeto de *Monitoria* para sanar suas dúvidas. Atualmente, o IME disponibiliza seis monitores de CDI e um de Matemática Inclusiva. Não se tem uma análise específica dessas ações, isto é, não tivemos informações sobre os impactos delas no aumento de conhecimento dos participantes, mas estamos cientes de que novas tentativas ainda precisam ser realizadas.

## 4 UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA – UNB: DADOS E DISCUSSÕES

O Departamento de Matemática da UnB foi criado em 1962 como Instituto Central de Matemática para atender aos cursos de Administração, Economia e Arquitetura e Urbanismo. Ele teve entre seus fundadores os professores Geraldo Ávila e Djairo Guedes Figueiredo, importantes nomes relacionados à Análise Matemática no Brasil (SOUZA, 2015). Nos dias atuais, o departamento está inserido no Instituto de Exatas – IE – juntamente com os departamentos de Estatística e de Ciência da Computação.

A UnB oferece, atualmente, aproximadamente 1900 vagas de CDI, com denominações diferentes, como Cálculo I, Introdução à Matemá-

tica Superior e Matemática I. São em torno de 33 cursos superiores, que demandam os conteúdos antes elencados, ou parte deles. Assim como na UFG, os cursos na área de engenharia são os que mais apontam a necessidade de tais assuntos.

Em relação aos índices de aprovação, reprovação e trancamento, tivemos acesso às informações que nos foram repassadas pela Comissão de Graduação do Mat/UnB. No curso de Matemática I, os dados mais recentes mostram que o índice de aprovação é de 53,10% no segundo semestre de 2014. Não há dados de Introdução à Matemática Superior. Quanto ao Cálculo I, os dados da Tabela 3, apresentada a seguir, trazem, em termos de porcentagens de aprovação, reprovação e trancamento de matrículas, os resultados do primeiro semestre de 2015. Observamos que entre os reprovados foram computados os estudantes que desistiram do curso.

**Tabela 3** – Dados sobre aprovação, reprovação e trancamento de 2015-1

Denominação	Aprova- dos	Reprova- dos	Tranca- mentos
Cálculo I	51,10%	44,05	4,85

Fonte: Elaborado pelas autoras com dados fornecidos pela Comissão de Graduação MAT/UnB.

Dados como os da tabela acima têm sido catalogados desde 2011 por um grupo de professores do MAT/UnB. Eles revelam que os índices de reprovação têm se mantido em torno de 50% nos últimos cinco anos. Por serem elevados, esses índices necessitam ser considerados pelos professores e coordenadores para discutirmos ações a fim de se buscarmos alternativas para aumento de aprovação.

#### 4.1 O CURSO DE CDI DA UNB

A disciplina CDI, da Universidade de Brasília, oferece vagas para todos os cursos de graduação que tem essa disciplina como obrigatória em sua grade curricular. No Departamento de Matemática, que fica no Campus Darcy Ribeiro, foram ofertadas, no primeiro semestre de 2015, dezenove turmas (quatorze no período diurno e cinco no período noturno) no modelo magistral, que será descrito a seguir, e mais 10 turmas na modalidade semipresencial, com um número total que ultrapassa mil estudantes matriculados no início do semestre.

A carga horária semestral do curso é de 90 (noventa) horas que equivalem a 6 (seis) créditos. Essas noventa horas são distribuídas em três encontros semanais, com duração de cento e dez minutos no período diurno e cem minutos no período noturno.

A partir do segundo semestre de 2013, o Departamento de Matemática introduziu, nos cursos de CDI (Cálculo I, neste caso), uma metodologia de ensino em que a primeira aula semanal é teórica e as demais são aulas de exercícios. A aula teórica recebeu o nome de *aula magistral*. Elas são realizadas em anfiteatros com capacidade para abrigar duas turmas de diferentes cursos. As aulas de exercícios são realizadas em grupos menores. Nesse momento, as turmas que estavam juntas na aula magistral são atendidas separadamente. Para essas aulas, são designados, na maioria das vezes, professores que não são os mesmos professores da teoria. A orientação para essas aulas é que os professores sejam mediadores nas resoluções das listas de exercícios.

Semanalmente, são distribuídas duas listas. Uma delas foi denominada Lista de Fixação da Teoria. Ela contém exercícios de resolução mais direta. A segunda lista é a Lista de Aplicação, que traz aplicações práticas do conteúdo ministrado na semana, pertencentes a diferentes áreas.

Os estudantes têm como apoio extraclasse as monitorias que são oferecidas pelo departamento, todos os dias, entre 12h e 13h50min ou entre 18h e 19h. Além disso, os estudantes podem tirar dúvidas em fóruns específicos, na página do curso no *ambiente de aprendizagem* construído no Moodle (Acrônimo para *Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment*, que é um Software livre e gratuito desenvolvido para uso educacional).

Esses fóruns são respondidos por qualquer professor ou monitor da disciplina. Todas as informações sobre o curso, incluindo as listas, bem como *links* para vídeo-aulas e material complementar, com teoria e exercícios para cada tópico do curso, são disponibilizados no Moodle. A maior parte desse material foi elaborada por professores do Departamento de Matemática da UnB.

A reestruturação do CDI na UnB revela uma preocupação do corpo docente com a atualização de suas práticas de sala de aula bem como uma preocupação com o ensino e a aprendizagem da disciplina. Entendemos que tais inquietações

necessitam ser revertidas em ações ainda mais eficazes, que propulsionem a aprendizagem real de nossos estudantes.

## 5 PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS – PUC GO: DADOS E DISCUSSÕES

Em 1961, foram criados os cursos de Matemática e Física, com um único coordenador; esses cursos eram vinculados à Faculdade de Filosofia Ciências e Letras. Com a Reforma Universitária de 1968 e com base na Lei nº 5.540/68, criou-se o Departamento de Matemática e Física. A partir desta reforma, a Universidade de Goiás passou a denominar-se Universidade Católica de Goiás (UCG), que optou por uma organização em departamentos com cursos e disciplinas consideradas epistemologicamente afins.

O Departamento de Matemática, desde a sua criação, foi o responsável por quase todas as disciplinas dos cursos de matemática, física e, mais tarde, química, além daqueles cursos que trazem em sua proposta curricular disciplinas envolvendo CDI. Atualmente, a PUC GO deixou a sua organização de departamentos para uma organização em Escolas. Os cursos de Matemática, Física e Química foram agregados a Escola de Ciências Exatas e da Computação, que ainda são os responsáveis por disciplinas que compõem as grades curriculares das diversas engenharias, Biologia, Farmácia, Economia, dentre outros.

Em relação aos índices de aprovação, reprovação e cancelamento, Machado (2013), em sua pesquisa, mostra que:

Através de dados fornecidos pelo Departamento Matemática, Física, Química e Engenharia de alimentos, desde o segundo período de 2010 até o primeiro período de 2013, a quantidade de matrículas realizadas na disciplina MAF 2001 – Cálculo Diferencial e Integral I em toda a universidade foi de 8074, destes apenas 38,12% foram aprovados. Nos cursos de licenciatura, em seis semestres o número de alunos matriculados foi de 346, em que apenas 132 foram aprovados, correspondendo a 38,15%. (MACHADO, 2013, p. 32).

A disciplina CDI, com o mesmo código, é ofertada para os cursos de Matemática, Física, Química e Engenharias. Na Tabela 4, são apresentados

os dados sobre a quantidade de alunos aprovados, reprovados e reprovados por falta (não temos informações precisas sobre o índice de cancelamento, então aqui estamos considerando a característica, reprovados por falta) de um total de 8074 matrículas entre 2010 e 2013-1.

**Tabela 4** – Dados sobre aprovação, reprovação e reprovados por falta, em geral, no curso de CDI I entre 2010 e 2013-1

Denominação	Aprovação	Reprovação	Cancelamento / reprovado por falta
CDI I	38,12%	61,88%	14,8%

Fonte: Secretaria do Departamento de Matemática, Física Química e Engenharia de Alimentos.

As licenciaturas, no mesmo período, tiveram 346 matrículas com 132 aprovados, isto é, no período observado, a aprovação foi de 38,15% e a reprovação de 61,85%. A partir desses dados, pode-se verificar que o percentual de aprovados e reprovados nas licenciaturas é praticamente o mesmo quando se observa o número total de matriculados no período compreendido entre os anos de 2010 a 2013. Considerando a Licenciatura em Matemática, os aprovados foram 47,62% e reprovados 53,38%, só em 2013-1.

Em 2012, o percentual de aprovados foi mais elevado, comparando com os outros semestres. Isto aconteceu no semestre em que foi implantado o *Projeto Calcule!* (descrito no tópico a seguir). No entanto, nos períodos que sucederam essa implantação, o percentual foi inferior a este. Nos dois primeiros semestres deste projeto, a metodologia foi discutida e modificada considerando a avaliação diagnóstica aplicada no início do semestre. Isso indica que as propostas de apoio à aprendizagem de CDI ainda não são suficientes para aumentar o conhecimento dos estudantes.

### 5.1 O CURSO DE CDI DA PUC GO

Existem ainda poucos estudos voltados para o ensino de graduação, uma vez que se fala muito em reprovação, principalmente nas disciplinas que envolvem matemática. Em relação à reprovação, na graduação, CDI continua sendo um grande desafio para os professores. Na PUC GO, a disciplina CDI (aqui denominada Cálculo Diferencial e Integral I) tem seis créditos semanais



distribuídos em três aulas de 1h e 30min. A metodologia mais usada é a aula expositiva dialogada, finalizando com lista de exercícios.

Para auxiliar o aluno com dificuldades nessa disciplina, a universidade tem o programa de Monitoria e, nos últimos três anos criou-se o *Projeto Calcule!*. Ele é diferente da monitoria, porque é desenvolvido pelos professores do curso de Matemática, que atendem aos alunos da disciplina Cálculo Diferencial e integral I em diversos horários. Ele surgiu diante das dificuldades em estudar de forma autônoma, de ler e entender conceitos e definições, além do pouco conhecimento de matemática básica, geometria plana e espacial, apresentado pelos alunos. São oferecidos atendimentos aos alunos com o objetivo estudar Matemática Básica e resolver exercícios e problemas de CDI I.

Nos cursos CDI I da PUC GO, a ementa traz o estudo de derivadas, integrais e suas aplicações. Mas isto não garante que todos os alunos consigam estudar e aprender o que está previsto. Nas reuniões de CDI I, planejamos e discutimos a proposta do curso, mas quando fazemos atendimento aos alunos, em geral, o que foi planejado e discutido não aparece. Semestralmente, o número de turmas varia entre 30 e 35 com 60 alunos cada.

Não temos dados recentes sobre o trabalho que é desenvolvido no *Projeto Calcule!* Porém, a partir dele, surgiram subprojetos que investigam contribuições para a aprendizagem nas disciplinas dos cursos de Física e engenharias.

O programa Monitoria ocorre da mesma forma que ocorre em várias universidades: um ex-estudante de CDI I, que obteve bom aproveitamento, participa de uma seleção e, se selecionado, de acordo com o número de vagas, recebe um bolsa para atender aos estudantes que possuem dúvidas.

## 6 CDI E AS UNIVERSIDADES

As universidades, aqui analisadas, desenvolvem ações de melhoria, procurando diminuir a reprovação e também qualificar os seus cursos. A metodologia desenvolvida pela UnB é interessante e parece estar surtindo efeito, pois a taxa de aprovação é superior às taxas apresentadas pela PUC-GO e pela UFG. No entanto, é preciso traçar um perfil dos alunos que frequentam essas universidades e dizer como esta metodologia pode ser eficiente independentemente do aluno.

Observamos que, apesar da PUC-GO ter apontado um índice pouco maior de reprovação, deve ser observado se as regras de cancelamento da disciplina constituem impeditivo para o estudante desistir e, assim, esse fato pode ter incidido diretamente nessa taxa. A UFG apresenta várias ações que visam à melhoria do ensino e da aprendizagem de CDI, mas não tem estudos sobre o impacto delas.

Em relação à quantidade de cursos oferecidos por essas instituições que indicam a necessidade de CDI em sua profissionalização, o número de alunos e a quantidade por turma são próximos, em ambas as universidades. Dessa forma, as culturas acadêmicas dessas instituições refletem a constante preocupação com essa disciplina e, em sintonia com Viñao (2008), notamos que, mesmo mudando de denominação nas próprias instituições, ela se desenvolve de forma parecida: existem ações que visam à melhoria da aprendizagem dos alunos, que se alteram com o passar dos tempos, mas essencialmente não percebemos uma implementação que realmente minimize os efeitos negativos da falta de aprendizagem.

Muitos são os cursos de graduação que necessitam de CDI para formarem seus estudantes. Assim, vemos o quanto impactante é investigar não só numericamente os dados relativos à essa disciplina, mas também as atuações dessas universidades rumo a mudanças nesses índices de desistência e reprovação. Desse modo, poderemos nortear novos planejamentos e execuções que visem à alteração desses fatos.

Interessante observar que nessas universidades o CDI foi iniciado em tempos iguais, isto é, em torno de 1961, então a cultura escolar dessa disciplina principiou, com características locais e próprias diferentes, mas com fragilidades e desafios muito parecidos.

## 7 CONCLUSÕES PARCIAIS

Observamos que as áreas científicas, que demandam o ensino dessa disciplina, são variadas como: biológicas, físicas, tecnológicas, matemáticas, arquitetônicas, administrativas, químicas, econômicas, estatísticas e outras. Isso nos leva à reflexão sobre o tipo de CDI que será ministrado. Seria de forma única para todos os cursos, não considerando as nuances e demandas de cada um? Seria importante que pro-

fessores que ministrassem essas disciplinas tivessem um perfil diferenciado dos demais? Existiria um tipo de metodologia de ensino que mais acarretasse a aprendizagem? Haveria instrumentos avaliativos mais adequados para essa disciplina? Quais são os tipos de avaliações implementadas pelas instituições aqui pesquisadas? Essas e outras questões continuam sem respostas e inquietam a comunidade universitária.

Como foi apresentado anteriormente, o CDI tem em sua proposta os conteúdos de funções, limites, derivadas, integrais e aplicações. Independente da área científica, aprender cálculo é compreender o significado de derivar e de integrar uma função. A aula Magistral da UnB é ministrada ao mesmo tempo para dois cursos diferentes e considera grupos menores para exercícios e aplicações.

Na UFG e na PUC GO não foi explicitado o modelo de sala de aula, ou seja, se existem turmas específicas para as engenharias ou áreas das ciências biológicas, dentre outros. É importante considerar que as três universidades desenvolvem ações, que buscam qualificar a aprendizagem do cálculo, procurando diminuir a reprovação.

Em se tratando de cursos com grande número de matriculados, como os de CDI, todas essas iniciativas revelam a preocupação de uma comunidade de acadêmicos com as consequências de altos índices de reprovação e o desejo de se encontrarem caminhos que promovam a aprendizagem dos conteúdos aí estudados. Sugerimos a ampliação e a continuação da pesquisa para, se possível, avaliarmos tais iniciativas. Além disso, é preciso que estas ações façam parte da cultura do ensino dessa disciplina, permitindo sua aprendizagem independente da forma como alunos aprenderam Matemática na Educação Básica.

Essa disciplina é arterial, pois se encontra em praticamente todos os cursos das áreas de exatas e ainda em alguns de outras áreas. Logo, ela reflete a interdisciplinaridade das áreas.

Da mesma forma, outras investigações são oportunas, como a análise dos livros didáticos adotados, os principais erros cometidos pelos estudantes, os obstáculos cognitivos, didáticos e epistemológicos e os mitos matemáticos que podem permear essa cultura que, às vezes, leva à crença equivocada de que “passar em cálculo é para poucos”.

Logo, conhecer os elementos que permeiam essa disciplina pode gerar um impacto reflexivo em seu planejamento: a melhor forma de ministrar tais conteúdos é essa que tem sido realizada?

Quais são os perfis dos alunos que os estudam? Os objetivos dessa disciplina são os mesmos nessas instituições? Que tipo de avaliação poderia ser realizada diferentemente da tradicionalmente realizada? Dessa forma, torna-se importante a análise da cultura que subsidia o desenvolvimento e a consolidação de CDI.

## REFERÊNCIAS

- BELINGOFF, W. P.; GOUVÊA, F.Q. *A Matemática através dos tempos*. São Paulo: Ed. Blucher, 2008.
- BLOCH, M. *Apologia da História, ou, o ofício de historiador*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 2001.
- CAVASOTTO, M.; PORTANOVA, R. Reflexões sobre as dificuldades na aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral. In: III MOSTRA DE PESQUISA DA PÓS-GRADUAÇÃO-PUCRS. *Anais...* 2008. Disponível em: <[www.pucrs.br/edipucrs/online/IIImostra/EducacaoemCienciaeMatematica/62352%20-%20MARCELO%20CAVASOTTO.pdf](http://www.pucrs.br/edipucrs/online/IIImostra/EducacaoemCienciaeMatematica/62352%20-%20MARCELO%20CAVASOTTO.pdf)>. Acesso em: 06 jun. 2016.
- CURY, H. Análise de erros em cálculo diferencial e integral: Resultados de Investigações em Cursos De Engenharia. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA (COBENGE), Campina Grande, PB. *Anais...* 2003. Disponível em: <[www.abenge.org.br/CobengeAnteriores/2005/artigos/PR-7-62459910053-1115735558533.pdf](http://www.abenge.org.br/CobengeAnteriores/2005/artigos/PR-7-62459910053-1115735558533.pdf)>. Acesso em: 06 jun. 2016.
- FRAGOSO, W. C. *História da matemática: uma disciplina do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora*. 2011. 211f. Dissertação (mestrado profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas. Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG. 2011.
- LIMA, G. L. *A Disciplina de Cálculo I do Curso de Matemática da Universidade de São Paulo: um Estudo de seu Desenvolvimento, de 1934 a 1994*. 2012. 445f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.
- LIMA, G. L. Em busca de uma identidade para a disciplina de Cálculo: primeiras reflexões. In: VI SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - SIPEM, 2015, Pirenópolis. *Anais...* Pirenópolis, 2015.
- MACHADO, D. M. O. *Prática metodológica de resolução de problemas, aplicada no Cálculo Diferencial e Integral I da Pontifícia Universidade Católica de Goiás*. 2013. 95f. Trabalho Final de Curso (Graduação) – Departamento de Matemática. Pontifícia Universidade Católica de Goiás. 2013.

- OLIVEIRA, F. C. O. S. *Uma disciplina, uma história: Cálculo na Licenciatura em Matemática da Universidade Federal De Sergipe (1972-1990)*. 2009. 198f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade Federal de Sergipe, Aracaju, SE, 2009.
- PAGANI, E. M. L.; ALLEVATO, N. S. G. Ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral: um mapeamento de algumas teses e dissertações produzidas no Brasil. *VIDYA*, Santa Maria, v. 34, n. 2, p. 61-74, 2014.
- RAAD, R. M. *História do ensino de Cálculo Diferencial e Integral: a existência de uma cultura*. 2012. 129f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora (MG), 2012.
- RASMUSSEN, C.; MARRONGELLE, K.; BORBA, M. Research on calculus: what do we know and where do we need to go? *ZDM Mathematics Education*, v. 46, p. 507–515, 2014.
- REZENDE, W. M. *Ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica*. 2003. 450f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.
- SAD, L. A.; SILVA, C. M. SILVA. Vestígios do Ensino de Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica do Rio de Janeiro (1874-1885). In: 6º ENCONTRO LUSO-BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 2014. Natal, Brasil. *Anais/Actas do...* Natal, 2014.
- SANTOS, S. P.; MATOS, M. G.O. O ensino de Cálculo I no curso de Licenciatura em Matemática: obstáculos na aprendizagem. *Revista Eventos Pedagógicos*, Sinop, v. 3, n. 3, 2012.
- SOUSA, G. C. Impacto de programas auxiliares na disciplina de cálculo diferencial e integral I. In: VI SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - SIPEM, 2015, Pirenópolis. *Anais do...* Pirenópolis, 2015.
- SOUZA, M. M. *Uma história do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília – UNB: 1962-1972*. 2015. 229f. Tese (Doutorado) – Universidade Anhanguera de São Paulo, 2015.
- TALL, D. Students' Difficulties in Calculus. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION - ICME, Plenary presentation in Working Group 3. Québec, *Anais...* Québec, CA, August 1992. Publicado em 1993. Disponível em <homepages.warwick.ac.uk/dot1993k-calculus-wg-3-icme.pdf>. Acesso em: jan. 2013.
- TARMIZI, R. A. Visualizing Students' Difficulties in Learning Calculus. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MATHEMATICS EDUCATION RESEARCH 2010 (ICMER 2010). *Procedia Social and Behavioral Sciences* 8, p. 377-383, 2010.
- VIÑAO, F. A. A história das disciplinas escolares. *Revista Brasileira de História da Educação - SBHE*. Maringá, n. 18, 2008.
- \_\_\_\_\_. História de la educación e história cultural. *Revista Brasileira de Educação*, São Paulo, n. 0, p. 63-82, 1995.
- \_\_\_\_\_. História de las disciplinas, profesionalización docente y formación de profesores: el caso español. *Pró-Posições*, Campinas, v. 23, n. 3, p. 103-118, 2012.
- WROBEL, J. S.; ZEFERINO, M. V. C.; CARNEIRO, T. C. J. Ensino de Cálculo Diferencial e Integral na última década do ENEM: uma análise usando o Alceste. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Curitiba, PR. *Anais...* Curitiba, Paraná, 2013. ISSN 2178–034X.

## *Teaching and learning of differential and integral calculus: features and intersections in the brazilian midwest*

### **ABSTRACT**

This work aims to analyze the rates of approval, failure and cancellation of Differential and Integral Calculus discipline of in three higher education institutions in the brazilian Midwest, and also map actions developed by these universities that aim to give support to students to learn the content taught in that discipline. Data were collected through information provided by Graduation Pro-Rectors and interviews with teachers. Analyses were performed from the theoretical based on School Culture, Viñao (2008). It was observed that the school culture in the three universities, is very similar and they develop actions seeking to improve learning Calculus to thereby reduce failure rates.

**Keywords:** Differential and integral calculus. Universities. Teaching. Learning. School Culture.

**Data de recebimento:** 22/08/2016

**Data de aprovação:** 14/02/2017

**Sistema de Avaliação:** *Double Blind Review*